

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СИСТЕМ АСПИРАЦИИ И ОБЕСПЫЛИВАНИЯ В ГОРНО-ОБОГАТИТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЯХ

Розглянуто типові схеми аспірації та обезпилювання, які знайшли найбільш широке використання в гірничо-збагачувальних технологіях. Для кожної схеми запропоновано математичну модель, яка описує нестационарний режим роботи та враховує якість трубопроводу, турбомашини, обладнання, яке аспірує та обезпилює. Приведено умови стійкості робочого режиму розглянутих систем.

В технологиях обогащения минерального сырья широко используется совместная работа различного рода оборудования и пневмотранспортных систем [1-5]. Так, операция сушки готового концентрата предполагает использование сушильного барабана или трубы-сушилки, которые характеризуются значительными акустическими свойствами, внешней сети с дымососом и обеспыливающего оборудования. Грохочение сухих тонкозернистых материалов, их перемещение по обогатительному производству посредством конвейеров или элеваторов, дробление горной массы в роторных или шнековых дробилках, в шаровых мельницах и т.д. предполагает проведение аспирации [6]. Подобное оборудование помещается в герметичные специальные укрытия, из которых осуществляется отсос воздуха с взвешенными частицами с последующей его очисткой. Таким образом, снова имеется резервуар укрытия, обладающий акустической гибкостью, пневмотранспортная сеть с турбомашинной и на выходе обеспыливающий аппарат, который тоже оказывает влияние на режим работы всей системы.

Для улавливания частиц твердого в подобных системах обычно используют различные виды одиночных и батарейных циклонов, центробежные и гравитационные пылеуловители, мокрые фильтры и скрубера, электростатические обеспыливатели [6]. Движение аэросмеси в подобных случаях осуществляется компрессорами, воздуходувками или дымососами [4]. Соединительные трубопроводы в рассматриваемых системах, как правило, имеют сложную пространственную геометрию, характеризуются геодезическими перепадами начального и конечного сечения, соизмеримыми с их длиной, вставками различного диаметра.

Стабильность рабочего режима таких систем определяется параметрами всех входящих в них элементов - характеристикой турбомашинной, расходно-напорной и акустической характеристикой трубопровода, акустическими и гидравлическими параметрами обогатительного оборудования и используемых резервуаров [7,8]. Одновременно, эффективность аспирации помещений в начале всасывающего трубопровода и эффективность работы обеспыливающего и пылеулавливающего оборудования в конце нагнетательного тракта во многом зависит от стабильности режима транспортирования. Возникновение в такой системе каких-либо колебательных процессов приводит к запыленности аспирируемых помещений, выбросам в атмосферу твердых частиц, а в некоторых случаях может сопровождаться разрушением магистрали или технологического оборудования [6-9].

Таким образом, режим работы подобных объектов недопустимо определять, рассматривая каждый из составляющих элементов отдельно. Здесь требуется рассмотрение всей системы с учетом, как индивидуальных свойств элементов, так и взаимозависимости между ними. Такие объекты будем называть аспирационно-обеспыливающими системами (АОС), не упоминая об их пневмотранспортном звене, так как оно является во всех случаях обязательным.

Результаты анализа систем аспирации обогатительного и технологического оборудования, а также схемы сушки готовых концентратов показывает, что в технологиях обогащения минерального сырья наибольшее распространение получили следующие варианты АОС.

Первая схема (рис.1) характеризуется расположением турбомашины между акустическими гибкостями. В этой схеме на входе во всасывающий трубопровод и за турбомашинной, на выходе из нагнетательного трубопровода или, не доходя до него, установлены резервуары. Обычно на входе во всасывающий трубопровод находится аспирируемое устройство технологического оборудования, а за турбомашинной обеспыливающие или пылеулавливающие аппараты.

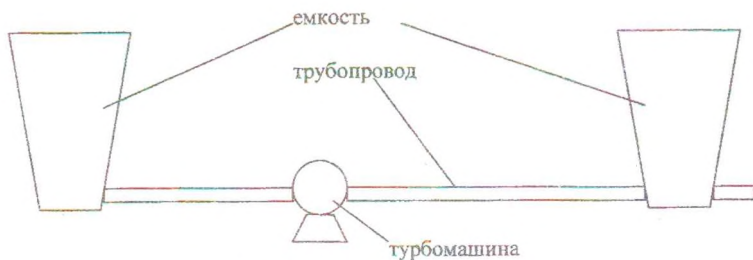


Рис. 1 - Первый тип АОС

Математическая модель первой схемы, учитывающая колебания расхода в трубопроводах и колебания давлений в обоих баках, имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} L_a \frac{dQ}{dt} &= F(Q_k) - \Phi(P, H); \\ C_a \frac{dP}{dt} &= U(P) - \frac{1+a+\mu}{1+a} \frac{\pi D^2}{4} \sqrt{gDFr(P)}; \\ K_a \frac{dH}{dt} &= \frac{1+a+\mu}{1+a} \frac{\pi D^2}{4} \sqrt{gDFr(P)} - G(H). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$L_a = \frac{4\rho L}{\pi D^2}; \quad C_a = \frac{V}{\rho c^2}; \quad a = \frac{\rho_m - \rho_a}{\rho_a}; \quad Fr = \frac{V^2}{gD},$$

где: L_a - акустическая масса нагнетательного трубопровода; Q - производительность установки; t - время; F - расходно-напорная характеристика турбомашин; U - расход аспирируемой аэросмеси; P - давление в баке перед турбомашин; Q_k - подача компрессора; a - параметр Архимеда транспортируемого материала; μ - концентрация аэросмеси; D - внутренний диаметр трубопровода; g - ускорение свободного падения; Fr - параметр Фруда; V - средняя скорость аэросмеси; ρ - плотность аэросмеси; L - длина трубопровода; D - диаметр поперечного сечения; W - объем аппарата; c - скорость звука в аэросмеси; F и Φ - расходно-напорные характеристики турбомашин и трубопровода; H - давление в емкости на конце трубопровода; C_a, K_a - акустические гибкости емкостей; ρ_m, ρ_a - плотность соответственно частиц пыли и воздуха.

Вторая схема (рис. 2) отличается тем, что обе акустические гибкости расположены за турбомашинной на нагнетательном трубопроводе. В этом случае один из резервуаров помещается на конце трубопровода, а второй непосредственно за турбомашинной. Так же, как и в первой схеме, на конце трубопровода расположено обеспыливающее оборудование, а возле турбомашинной - емкость или укрытие, из которого необходимо удалить запыленный воздух.



Рис. 2 - Второй тип АОС

Аналогично первой схеме, математическая модель второй схемы АОС содержит три уравнения и может быть представлена в вид:

$$\left. \begin{aligned} L_a \frac{dQ}{dt} &= F(Q_i) - \Phi(P, H); \\ C_a \frac{dP}{dt} &= Q_k - \frac{1+a+\mu}{1+a} \frac{\pi D^2}{4} \sqrt{gDFr(P)}; \\ K_a \frac{dH}{dt} &= \frac{1+a+\mu}{1+a} \frac{\pi D^2}{4} \sqrt{gDFr(P)} - G(H); \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где P - давление после турбомашинной перед емкостью.

Третья схема (рис. 3) содержит только одну акустическую гибкость при этом, для анализа устойчивости режима работы системы принципиально безразлично, в каком месте трубопровода она расположена. Исследования показывают, что в нагнетательной части магистрали обычно располагается обеспыли-

вающее оборудование, при этом аспирируемые объемы могут размещаться в обеих частях магистрали.



Рис. 3 - Третий тип АОС

Математическая модель третьей схемы более простая, так как учитывает колебания расхода в трубопроводах и колебания давлений в одном баке [7]:

$$\left. \begin{aligned} L_a \frac{dQ}{dt} &= F(Q_k) - \Phi(P); \\ C_a \frac{dP}{dt} &= Q_k - \frac{1+a+\mu}{1+a} \frac{\pi D^2}{4} \sqrt{gDFr(P)}; \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Для каждой из приведенных схем АОС на основании формул (1)-(3) можно рассчитать рабочий режим и определить условия для его устойчивости. Используя для первой и второй схемы метод матрицы Гурвица, были получены следующие условия устойчивости рабочего режима работы АОС [10].

Для первой схемы АОС:

$$L_a < \frac{-K_a C_a F'}{C_a(\varphi_2 - q) - (\varphi_1 - y)K_a}; L_u < \frac{(C_a(\varphi_2 - q) - (\varphi_1 - y)K_a)F'}{\varphi_1 q + y\varphi_2}; \quad (4)$$

$$F'(\varphi_1 q + y\varphi_2)\varphi_1\varphi_2 < 0; \quad sL_a^2 - pL_a - z > 0 \quad (5)$$

где:

$$p = F'([C_a(\varphi_2 - q) - (\varphi_1 - y)K_a]^2 - C_a K_a (y\varphi_2 + q\varphi_1)(1 + \varphi_2\varphi_1));$$

$$z = F' C_a K_a [C_a(\varphi_2 - q) - (\varphi_1 - y)K_a]; \quad s = (y\varphi_2 + q\varphi_1)[C_a(\varphi_2 - q) - (\varphi_1 - y)K_a],$$

$$\Phi_1 = \frac{d\Phi}{dP}; \quad \Phi_2 = \frac{d\Phi}{dH}; \quad \varphi_1 = \frac{d\varphi}{dP}; \quad \varphi_2 = \frac{d\varphi}{dH}; \quad y = \frac{dU}{dP}; \quad q = \frac{dG}{dH},$$

$$\varphi = \frac{32Q_k(1+a)}{g\pi^2 D^5(1+a+\mu)} Fr; \quad F' = \frac{dF}{dQ}$$

Для второй схемы АОС:

$$L_a > \frac{K_a C_a F'}{\varphi_1 K_a - C_a(\varphi_2 - q)}; L_a > \frac{K_a(\varphi_1 F' + \Phi_1) - C_a(\varphi_2 - q)F'}{\varphi_1 q}; \quad (6)$$

$$F' < \frac{\Phi_2}{q} - \frac{(\varphi_2 - q)\Phi_1}{\varphi_1 q}; \quad sL_a^2 + pL_a + z > 0 \quad (7)$$

$$p = [\varphi_1 K_a + (\varphi_2 - q)C_a][F'((\varphi_2 - q)C_a - \varphi_1 K_a) - \Phi_1 K_a] - F' C_a K_a q \varphi_1 + \\ + C_a K_a [F' \varphi_1 q + \Phi_1(\varphi_2 - q) - \Phi_2 \varphi_1]$$

$$z = -F' C_a K_a [F'((\varphi_2 - q)C_a - \varphi_1 K_a) - \Phi_1 K_a]; \quad s = q \varphi_1 [\varphi_1 K_a + (\varphi_2 - q)C_a],$$

$$\Phi_1 = \frac{d\Phi}{dP}; \quad \Phi_2 = \frac{d\Phi}{dH}; \quad \varphi_1 = \frac{d\varphi}{dP}; \quad \varphi_2 = \frac{d\varphi}{dH}; \quad q = \frac{dG}{dH}$$

Для третьей схемы АОС:

$$L_a < C_a \frac{F'}{q}; \quad \Phi' > F' q, \quad (8)$$

$$\text{где: } q = \frac{d\varphi}{dP}; \quad \Phi' = \frac{d\Phi}{dP}$$

Как видно из формул (4)-(8), устойчивость режима работы определяется производными от характеристик турбомашин, трубопровода, обеспыливающего оборудования и других элементов АОС. Эти характеристики данного оборудования изучены мало, так как не влияют на выбор режима работы АОС, а определяют только его устойчивость.

Величина F' легко определяется по аппроксимации расходно-напорной характеристике выбранной турбомашин. Для большинства из используемых в АОС турбомашин расходно-напорная характеристика удовлетворительно аппроксимируется квадратичной параболой, на основании чего F' можно представить в виде [9,11,12]:

$$F' = \pm \delta - 2\alpha Q_k, \quad (9)$$

где: α, δ - параметры аппроксимации расходно-напорной характеристики компрессора.

Зависимость $U(P)$ для большинства из рассматриваемого оборудования может быть представлена формулой:

$$U = \xi \sqrt{2g \left(\frac{P_a - P}{g\rho} - \Delta Z \right)},$$

где: P_a - атмосферное давление; ΔZ - высота укрытия; ξ - коэффициент расхода. Производная от этой функции будет иметь вид:

$$\frac{dU}{dP} = \frac{-\xi}{2g\rho \sqrt{2g \left(\frac{P_a - P}{g\rho} - \Delta Z \right)}} \quad (10)$$

Похожая зависимость имеет место и для характеристики аспирируемых укрытий технологического оборудования. Однако для них отсутствует зависимость от подачи турбомашин:

$$\frac{dG}{dH} = \frac{\xi_1}{2g\rho \sqrt{2g \left(\frac{H - P_a}{g\rho} + \frac{Q^2}{2gF^2} - \Delta Z \right)}} \quad (11)$$

Зависимость Φ представляет собой функцию обратную к расходно-напорной характеристике трубопровода установки. Так как по трубопроводам установок АОС перемещается аэрозоль различной концентрации, то для определения Φ и φ использовалась формула А.Е. Смолдырева [9]:

$$\Phi = \left(\sqrt{\frac{V_0^2 RT \lambda L}{S^2 D} + H^2} - \delta P \right) \left(1 + \frac{c_0 a \mu S^2 g D}{Q^2} \right) + \frac{\rho_0 Q^2 (1 + \beta \mu)}{2S^2} + \rho_0 g \Delta H (1 + \mu), \quad (12)$$

где: R - универсальная газовая постоянная; T - абсолютная температура окружающей среды; λ - коэффициент аэродинамического сопротивления; L_{np} - приведенная длина трубопровода; H - давление на выходе из трубопровода; δP - потери давления в питателе; β - показатель относительной скорости движения твердых частиц; ΔH - разница геодезических отметок.

В общем случае, учитывая (5), зависимость Fr определяется из решения следующего уравнения [7]:

$$\alpha_1 Fr^4 - \alpha_2 Fr^3 + \alpha_3 Fr^2 - \alpha_4 Fr + \alpha_5 = 0, \quad (13)$$

со следующими коэффициентами: $\alpha_1 = \mu^2(1 + \beta\mu^2)$; $\alpha_5 = 4c_0a^2[p_3^2 - p_2^2]\mu^4$;

$$\alpha_2 = (4\beta\mu^3 + 4\mu^2)p_1 - \frac{4\lambda J}{k} Fr(a+1) + 4\left\{\mu^2\beta\bar{H} + [\beta(p_3 - p_2 - \bar{H})\mu + [p_3 - p_2 - \bar{H}]]\mu^2\right\};$$

$$\begin{aligned} \alpha_3 = & 4\mu^2 p_1^2 - 4[(2\bar{H} + 2p_2 + p_3)\mu^2 + 2\bar{H}\mu^3]p_1 + \\ & + 4(\bar{H}^2 - c_0a\beta p_3)\mu^4 + 4\{2\bar{H}^2 - \bar{H}(p_3 - 2p_2) - c_0ap_3\}\mu^3 + \\ & + 4\{\bar{H}^2 - \bar{H}(p_3 - 2p_2) + [p_3^2 - p_3p_2]\}\mu^2 - 4\frac{\lambda J}{k} c_0a(a+1)^2 Fr^c \mu \end{aligned};$$

$$\alpha_4 = 4c_0ap_3\mu^3 p_1 + 4c_0a\left\{\bar{H}p_3\mu^4 + [2p_3^2 - p_2p_3 - 2p_2^2 - \bar{H}p_3]\mu^3 - \frac{\lambda J}{k}(a+1)^2 Fr^c \mu^2\right\};$$

$$\bar{H} = \frac{H}{D}; l = \frac{L_{np}}{D}; Fr^c = \frac{c^2}{gD}; p_1 = \frac{P_6}{\rho_0 gD}; p_2 = \frac{P_7}{\rho_0 gD}; p_3 = \frac{\delta P}{\rho_0 gD},$$

где: k - показатель адиабаты для аэросмеси; c - скорость звука в аэросмеси.

Исследование порядков коэффициентов уравнения (13) и получаемых решений от величины числа Фруда показывают, что для этого параметра можно выделить ряд диапазонов $3 < Fr < 10$, $10 < Fr < 100$, $100 < Fr < 1000$ и $10^3 < Fr < 10^5$, в которых вместо уравнения (13) можно рассматривать следующие уравнения более низких порядков [7]:

$$\alpha_3 Fr^2 - \alpha_4 Fr + \alpha_5 = 0; \quad (14)$$

$$-\alpha_2 Fr^3 + \alpha_3 Fr^2 - \alpha_4 Fr + \alpha_5 = 0; \quad (15)$$

$$\alpha_1 Fr^4 + \alpha_3 Fr^2 + \alpha_5 = 0; \quad (16)$$

$$\alpha_1 Fr^2 - \alpha_2 Fr + \alpha_3 = 0. \quad (17)$$

Так как рассматривается движение аэросмеси, которое может иметь место только при движении со сверхкритическими скоростями, то на величину числа Фруда накладывается следующее ограничение: $Fr > Fr^*$, которое с учетом формулы для критической скорости пневмотранспортирования будет переписано в виде [9]:

$$Fr^* = aC^2\mu, \quad (18)$$

где: C - опытная константа, значение которой варьируется в диапазоне 0,1-0,35.

Результаты расчетов по формуле (18) приведены на рисунке 4, из которого видно, что только два из ранее выделенных диапазонов значений числа Фруда соответствуют сверхкритическим режимам пневмотранспортирования.

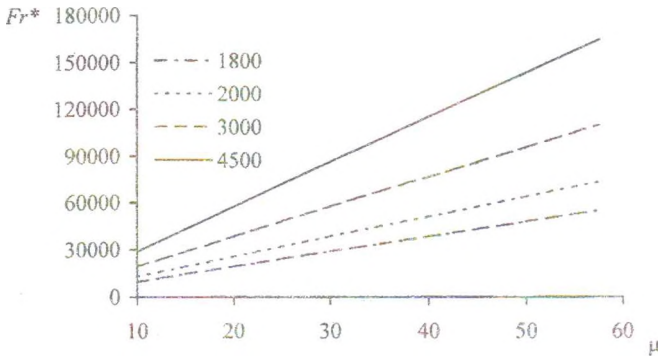


Рис. 4 - Зависимость критического значения Фруда от концентрации аэросмеси

Таким образом, для параметра Фруда можно выделить два диапазона значений $100 < Fr < 1000$ и $10^3 < Fr < 10^5$, в границах которого возможно получить соответствующее аналитическое представление зависимости $Fr(P)$:

$$Fr = \sqrt{\frac{\alpha_3}{2\alpha_1} + \sqrt{0,25\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1}\right)^2 - \frac{\alpha_5}{\alpha_1}}} \quad (19)$$

$$Fr = \frac{\alpha_2}{2\alpha_1} \pm \sqrt{0,25\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right)^2 - \frac{\alpha_3}{\alpha_1}} \quad (20)$$

При этом, для случая, когда $\alpha_2 < 0$, необходимо выбирать в формуле (20) знак плюс, а в противном случае - минус.

На основании зависимостей (5), (12)-(20), с учетом того, что

$$\alpha_3 = PC + C'; \quad \alpha_2 = PA + A'; \quad \alpha_5 = HB + B';$$

для каждого из режимов могут быть получены формулы для определения величин φ_1 и φ_2 по следующим формулам.

Для диапазона $100 < Fr < 1000$:

$$\varphi_1 = \frac{0.25C}{\sqrt[4]{\alpha_1 \alpha_3^{3/4}}} \left[1 + \frac{7}{4} C \frac{\alpha_3 \alpha_1^{3/4}}{\alpha_3^2} \right]; \quad \varphi_2 = \frac{0.25\alpha_3'}{\sqrt[4]{\alpha_1 \alpha_3^{3/4}}} + H \frac{B}{4} \sqrt[4]{\frac{\alpha_1^3}{\alpha_3^3}} + \frac{7}{16} \frac{\alpha_3' \sqrt[4]{\alpha_1^3}}{\alpha_3^{11/4}}. \quad (21)$$

Для диапазона $100 < Fr < 1000$ и $10^3 < Fr < 10^5$:

$$\varphi_1 = A \frac{1 \pm 1}{2\alpha_1} \mp \frac{CA' - AC'}{\alpha_2^2}; \quad (22)$$

$$\text{при } \alpha_2 < 0 - \varphi_2 = \frac{\alpha_2'}{2\sqrt{\alpha_1 \alpha_2}} - \frac{\alpha_3'}{2} \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2^3}} + \frac{3}{4} \frac{\alpha_3 \sqrt{\alpha_1}}{\alpha_2^{5/2}} \alpha_2'; \quad (23)$$

$$\text{при } \alpha_2 > 0 - \varphi_2 = 0.5 \sqrt{\frac{\alpha_2}{\alpha_3}} \left(\frac{\alpha_2' \alpha_3 - \alpha_3' \alpha_2}{\alpha_3^2} \right), \quad (24)$$

где штрихом обозначены производные от величин α_i .

При этом, выражение для Φ_2 на основании формулы (12) будет:

$$\Phi_2 = \left(1 + \frac{c_0 a \mu S^2 g D}{Q^2} \right) \frac{H}{\sqrt{\frac{V_0^2 R T \lambda L}{S^2 D} + H^2}}. \quad (25)$$

Таким образом, с помощью формул (9)-(12) и (19)-(25) становится возможным определение рабочих режимов систем (1)-(3) и оценка их устойчивости по условиям (4)-(8). Как видно из приведенных формул, все производные от характеристик АОС нелинейно зависят от параметров режима работы, поэтому получение решения систем неравенств (4)-(8) аналитически затруднительно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Справочник по обогащению углей / Беринберг З.Ш., Благос И.С., Бори М.А. и др.—М.: Недра, 1984.—614с.
2. Справочник по обогащению руд. Обоганительные фабрики. — М.: Недра, 1984.
3. Разумов К.А., Перов В.А. Проектирование обоганительных фабрик. — М.: Недра, 1982. — 518 с.
4. Самылин Н.А., Бутовский В.С. Водовоздушное хозяйство углеобогатительных фабрик.—М.:Недра,1982.—197с.
5. Потураев В.Н., Волошин А.И., Пономарев Б.В. Вибрационно-пневматическое транспортирование сыпучих материалов. — К.: Наук. думка, 1989. — 248 с.
6. Руденко К.Г., Шемахов М.М. Обезвоживание и пылеулавливание. — М.: Недра, 1981. — 350 с.
7. Семененко Е.В., Дрюба С.В. Аналитическое исследование расходно-напорной характеристики трубопровода пневмотранспортной установки/Металлургическая и горнорудная промышленность,2000,№6.—С.65–67.
8. Казакевич В.В. Автоколебания (помпаж) в компрессорах. — М.: Машиностроение, 1974. — 264 с.
9. Смолдырев А.Е. Гидро- и пневмотранспорт. — М.: Metallургия, 1975. — 384 с.
10. Меркин Д.Р. Введение в теорию устойчивости движения.—М.:Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит.,1987.—304 с.
11. Мурзин В.А., Цейтлин Ю.А. Турбокомпрессоры в горной промышленности СССР. — М.: Госгортехиздат, 1962. — 72 с.
12. Дурнов П.И. Насосы, вентиляторы, компрессоры. — Киев-Одесса: Виша школа. Головное издательство, 1985. — 264 с.